

Wrocław, 05.08.2019 r.

dr hab. Tomasz Słowski, prof. UE  
Instytut Zarządzania Finansami,  
Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

Recenzja pracy doktorskiej Pana Magistra Marka Czuby pt. „Ryzyko modelu wyceny opcji wieloczynnikowych – efekt estymacji parametrów zależności”

### 1. Ranga tematu

Opcje wieloczynnikowe są popularnym instrumentem zarządzania ryzykiem rynkowym. Wartość takich opcji zależy od przebiegu zmian wielkości co najmniej dwóch instrumentów bazowych, umożliwiając inwestorom stosowanie wyrafinowanych strategii zabezpieczających przed oddziaływaniem wielu czynników ryzyka jednocześnie (*super-hedge strategies*) po koszcie zredukowanym do kosztu zaledwie pojedynczej transakcji. To właśnie wielowymiarowość tego instrumentu, a zwłaszcza współzależność zmian aktywów bazowych<sup>1</sup>, następcza szereg problemów związanych z budową modelu i wyceną tego instrumentu.

Procesowi modelowania finansowego, które zmierza do przybliżenia rzeczywistości biznesowej poprzez stworzenie uproszczonego odwzorowania rzeczywistości, towarzyszy szereg czynników ryzyka. To właśnie ryzyko towarzyszące modelowaniu wyceny opcji wieloczynnikowych, przekładające się na tzw. ryzyko modelu, stanowi zasadniczą część przedłożonej do recenzji pracy doktorskiej. Temat ten ma zasadnicze znaczenie dla wszystkich uczestników rynku opcji wieloczynnikowych, ponieważ wycena na podstawie poprawnie stworzonego i wykorzystywanego modelu wyceny stanowi dla inwestorów podstawę dla podejmowanych decyzji.

Pomimo tego, że próby doskonalenia modeli opcji wieloczynnikowych są nieustannie podejmowane przez wiele grup badawczych na całym świecie, to wciąż na rynku stosuje się

---

<sup>1</sup> Opcje na indeks również są wystawione na wiele instrumentów bazowych na raz, ale nie występuje tam efekt wpływu współzależności zmian aktywów znajdujących się w indeksie na wartość opcji. Z tego powodu opcje na indeks zalicza się do typowych, jednoczynnikowych opcji finansowych.

modele o których wiemy, że są obarczone dużym ryzykiem. Niemniej jednak, dorobek światowej literatury w tym zakresie stale się powiększa, co umożliwia prowadzenie badań porównawczych i empirycznych na tym obszarze w logiczny i usystematyzowany sposób.

Zaproponowany przez Doktoranta temat badawczy ma multidyscyplinarny charakter, ponieważ stworzenie poprawnego modelu wyceny opcji wymaga wiedzy z dziedziny matematyki, statystyki, informatyki i specjalistycznej wiedzy z dziedziny finansów. Nawet dla zaawansowanego badacza konieczność przestudiowania dużej liczby osiągnięć poszczególnych zespołów badawczych i mnogość typów narzędzi badawczych wraz ze złożonością samego procesu modelowania może przytłaczać swoim ogromem. Wybór takiego tematu wymagał od Doktoranta bardzo dobrego opanowania warsztatu naukowego, uważnego zaplanowania badania i gotowości do poniesienia znacznych nakładów czasu na realizację zadań badawczych i opis ich wyników.

Mając na względzie powyższe spostrzeżenia uważam, że **ze względu na rangę tematu, stopień jego złożoności oraz sporą liczbę nierozstrzygniętych kwestii pojawiających się we wcześniej prowadzonych badaniach, temat ryzyka modelu opcji wieloczynnikowych w pełni zasługuje na to, aby stać się tematem pracy doktorskiej.**

## **2. Opis przedmiotu recenzji – cele, tezy, zawartość rozdziałów**

Praca doktorska składa się z sześciu rozdziałów, wstępu, zakończenia, bibliografii, spisów oraz 13 pokaźnych załączników zawierających materiały uzupełniające wywód zawarty w zasadniczej części pracy. Całość pracy mieści się na 550 stronach.

Zadeklarowanym we wstępie celem pracy jest: „zbadanie, w jakim stopniu wybór metody estymacji parametrów zależności między instrumentami bazowymi opcji wieloczynnikowych wpływa na wartość tych opcji”. Natomiast stawiana przez Autora teza to: „model wyceny opcji wieloczynnikowych jest obciążony znacznym ryzykiem powstałym na etapie estymacji parametrów opisujących zależność między instrumentami bazowymi”.

Doktorant stawia również trzy hipotezy pomocnicze w formie następujących pytań:

- (1) czy parametr opisujący zależność między instrumentami bazowymi w modelu wyceny opcji wieloczynnikowych za pomocą podejścia Blacka-Scholesa-Mertona jest najważniejszym parametrem podlegającym estymacji?
- (2) czy techniki estymacji parametrów zależności między instrumentami bazowymi opcji wieloczynnikowych dają istotnie różne wyniki?



- (3) czy zróżnicowanie ocen parametrów zależności przekłada się na istotne różnice w wycenie opcji wieloczynnikowych zarówno pierwszego oraz drugiego rzędu korelacji?

Praca została skonstruowana w sposób poprawny. Pomimo tego, że wątki teoretyczne przeplatają się z treściami aplikacyjnymi i empirycznymi, Doktorant zachował ciąg logiczny rozważań prezentując kwestie w kolejności od tych najbardziej ogólnych do szczegółowych. W prezentacji treści poszczególnych rozdziałów pominię części przedstawione w krótkich wstępach do rozdziałów oraz do ostatnich podpunktów rozdziałów, które zawierają jego podsumowanie.

W rozdziale 1 Doktorant przedstawił obszerną charakterystykę opcji wieloczynnikowych. Na uwagę zasługuje omówienie zarówno problemów definicyjnych związanych z opcjami wieloczynnikowymi (podpunkt 1.1.) jak i sposobów klasyfikacji opcji wieloczynnikowych (podpunkt 1.2). Ważną część rozdziału stanowi szczegółowy opis powstania, sposobu działania popularnych opcji wieloczynnikowych wraz z podaniem funkcji wypłat dla poszczególnych opcji (podpunkt 1.3).

Rozdział 2 zawiera szeroki opis modeli wyceny opcji wieloczynnikowych. Opis rozpoczyna się teoretycznym wprowadzeniem do tematyki procesów stochastycznych (podpunkt 4.1) oraz wyceny modelem jednoczynnikowym Blacka-Scholesa-Mertona, *BSM* (podpunkt 4.2). W kolejnym podpunkcie Doktorant przedstawia schemat wyprowadzania cząstkowego równania różniczkowego dla opcji wieloczynnikowych, który pozwala na wycenę opcji wieloczynnikowych. Tabelaryczne zestawienie funkcji wypłat znajduje się w załączniku A, a formuły analityczne na wycenę wybranych opcji wieloczynnikowych znajdują się w załączniku B. W przedostatnim podpunkcie rozdziału, który poprzedza jego podsumowanie, Doktorant wymienia pozostałe metody wyceny opcji wieloczynnikowych.

Rozdział 3 jest ważnym rozdziałem z punktu widzenia głównej tezy pracy, ponieważ stanowi wprowadzenie do tematu zarządzania ryzykiem modelem finansowego. Po przedstawionej w podpunkcie 3.1. identyfikacji procesu budowy i stosowania modelu finansowego Doktorant omawia błędy, które można popełnić na etapie specyfikacji modelu dla opcji wieloczynnikowych.

Rozdział 4 stanowi kontynuację rozważań z rozdziału 3 i przedstawia szczegółowy opis kolejnych etapów budowy i stosowania modelu: kalibrację (podpunkt 4.1), dobór danych (podpunkt 4.2), implementację (podpunkt 4.3), stosowanie modelu (podpunkt 4.4). Przedostatni

podpunkt rozdziału (podpunkt 4.4) opisuje kwestie związane z zarządzaniem ryzykiem modelu finansowego.

Rozdział 5 jest rozdziałem teoretycznym skupiającym się na tematyce estymacji parametrów zależności. Rozdział rozpoczyna się od omówienia tradycyjnych miar zależności: współczynników korelacji liniowej (podpunkt 5.1), nieliniowej (podpunkt 5.2), wielorakiej (podpunkt 5.3), wykładniczo ważonej średniej ruchomej (podpunkt 5.4) oraz implikowanego współczynnika korelacji (podpunkt 5.9). Wartościowym elementem pracy jest przedstawienie rzadziej stosowanych metod szacowania miar zależności takich jak: wykorzystanie modeli klasy MGARCH (podpunkt 5.5), funkcje kopuli (5.6), wektorów kointegracji (5.7) oraz tzw. niepewnego współczynnika korelacji (podpunkt 5.8).

Ostatni, szósty rozdział zawiera opis badania nad wpływem sposobu estymacji miar zależności na wycenę opcji wieloczynnikowych. W podpunkcie 6.1 Doktorant zaprezentował opis procedury obliczeniowej dla korelacji metodami historycznymi i rynkowymi (implikowanymi). W podpunkcie 6.2 Autor przedstawił wyceny sześciu opcji wieloczynnikowych.

### **3. Zalety osiągnięcia naukowego**

Rozprawa doktorska stanowi pełnowartościowe opracowanie naukowe na temat modelowania wartości opcji wieloczynnikowych w kontekście wpływu efektów estymacji parametrów zależności. Generalnie, Autor zrealizował postawione cele badawcze uzyskując interesujące rezultaty. Warto wspomnieć o wyróżniających cechach rozprawy oraz najważniejszych osiągnięciach Doktoranta przedstawionych w rozprawie.

1. Właściwe zaplanowanie działania badawczego poprzez jego podział na badania teoretyczno-literaturowe (spis bibliografii zawiera 329 pozycji literaturowych) oraz badanie empiryczne, które uwzględnia zapotrzebowania informacyjne kolejnych etapów badania oraz logiczny ciąg badania.
2. Temat ryzyka modelu w ujęciu teoretycznym w rozdziale 3 i 4 został zaprezentowany w sposób wyjątkowo obszerny, niespotykany wcześniej w literaturze krajowej. W sferze zarządzania ryzykiem modelu Autor rozdzielił obszar zarządzania ryzykiem związany z konstrukcją modelu finansowego (specyfikacji modelu, jego kalibracji, doboru danych, implementacji i zastosowania modelu) od obszaru związanego z zarządzaniem ryzykiem (odniesienie do pracy Crouhy'ego, Galai i Marka wraz z praktycznymi zaleceniami Dermmana). Zawarte w pracy uwagi na temat doboru i



estymacji parametrów zmienności są ważne zarówno na etapie konstrukcji jak i jego stosowania.

3. Autor opracował klasyfikację opcji wieloczynnikowych oraz uporządkował nazewnictwo związane z tymi rodzajami opcji. Dodatkowo, w sposób kompleksowy zaprezentował i omówił występujące w literaturze modele wyceny opcji ze szczególnym uwzględnieniem modeli bazujących pierwotnie na modelu Blacka-Scholesa-Mertona (BSM), które znalazły zastosowanie w części empirycznej rozprawy.
  4. Autor przeprowadził badania nad wrażliwością cen sześciu rodzajów opcji wieloczynnikowych na zmiany wielkości parametrów kontraktu opcyjnego. Analiza współczynników greckich dla opcji wieloczynnikowych wskazuje na to, że wrażliwość wartości opcji wieloczynnikowych na zmianę współczynnika korelacji między stopami zwrotu z instrumentów bazowych ma zasadnicze znaczenie w metodach wyceny bazujących na modelu Blacka-Scholesa-Mertona. Otrzymane wyniki wskazują jednocześnie, że wrażliwość opcji wieloczynnikowych o pierwszym rzędzie korelacji jest kilka razy większa w porównaniu z opcjami o drugim rzędzie korelacji.
  5. Rynek handlu wybranymi opcjami wieloczynnikowymi nie jest jeszcze wysoce rozwinięty. W wyniku przeprowadzonych badań stwierdzono, że szacowanie implikowanego współczynnika korelacji dla wskazanych opcji wieloczynnikowych nie daje wiarygodnych rezultatów. W związku z powyższym nie jest to alternatywa dla metod historycznych i nie zaleca się stosowania implikowanego współczynnika korelacji do wyceny opcji wieloczynnikowych
  6. Doktorant przeprowadził test trzech metod estymacji parametru opisującego zależność pomiędzy instrumentami bazowymi (korelacja Pearsona, korelacja rang Spearmana, korelacja wykładniczo ważonej średniej ruchomej) dla wielu rodzajów opcji wieloczynnikowych w podziale na stopień korelacji pierwszego rzędu, tj. opcje wymiany, opcje na maksimum z dwóch instrumentów bazowych i opcje na różnicę cen oraz opcje wieloczynnikowe korelacji wyższego rzędu, tj. opcje o niezabezpieczonym kursie walutowym (flexo), opcje walutowe związane z rynkiem papierów wartościowych (beach), opcje o gwarantowanym kursie walutowym (quanto).
- Ograniczenie wyboru miar zależności do jedynie trzech podstawowych można uznać za usprawiedliwione, ze względu na stopień ich popularności. Według mnie badanie wstępne nad wpływem parametru zależności na wycenę opcji wieloczynnikowych musiało być zaprognozowane w taki a nie inny sposób.

Konstrukcja samego badania zasługuje na uwagę. W pierwszej kolejności Doktorant wykorzystał wyłącznie dane symulowane przy założeniu zmian parametrów opisujących zależność w pełnym dopuszczalnym zakresie, co umożliwiło prezentację wartości jakie mogą przybierać wybrane do badania opcje wieloczynnikowe. Następnie Doktorant wykorzystał dane historyczne do szacowania trzech estymatorów korelacji rzeczywistej, które następnie wykorzystał w wycenie opcji wieloczynnikowych. Podział badania na dwa etapy pozwolił na porównanie wartości opcji wieloczynnikowych oszacowanych na podstawie hipotetycznych i rynkowych wartości parametrów modelu wyceny.

Zakres zadań wykonanych przez Doktoranta był bardzo duży. Oprócz opisanych powyżej głównych dokonań pojawiło się wiele interesujących wątków, które otwierają pole do dalszych badań.

Rozprawa doktorska jest kompleksowym, wartościowym i w wielu miejscach nowatorskim osiągnięciem badawczym, nie jest jednak pozbawiona mankamentów. W dalszej części recenzji chciałbym skupić się na słabych stronach pracy, mając nadzieję, że pozwoli to na twórczą wymianę opinii i sprowokuje do dyskusji o charakterze naukowym.

#### **4. Mankamenty osiągnięcia naukowego**

Część pracy poświęconą najważniejszym mankamentom recenzowanej rozprawy podzielono na część opisującą konstrukcję pracy oraz część dotyczącą jej zawartości merytorycznej.

##### **4.1. Uwagi do konstrukcji pracy**

###### **4.1.1. Cel i hipotezy pracy**

**Cel pracy został sformułowany stosunkowo szczegółowo** i do niego odnoszą się głównie dwa ostatnie rozdziały pracy. W konsekwencji pomija on ważną część pracy wyeksponowaną w jej tytule odnoszącą się do zarządzania ryzykiem modelu.



Główna teza pracy odnosi się do zagadnień związanych ze „znacznym” poziomem ryzyka wynikającym z doboru miary zależności, ale **nie doprecyzowano kryteriów oceny stopnia „znaczości” poziomu ryzyka**. Dopiero w pracy okazuje się, że Autor mierzy wpływ stopnia zależności w porównaniu do innych parametrów kontraktu opcyjnego, Ponadto, moim zdaniem skoro Doktorant stosuje w procesie dowodzenia metodę dedukcyjną polegającą na zbiorczej analizie wyników symulacji, to **bardziej adekwatną nazwą byłaby hipoteza**, a nie teza. Tym bardziej, że oprócz tezy głównej Doktorant sformułował trzy szczegółowe hipotezy, a nie tezy.

Z bliżej niesprecyzowanych powodów **hipotezy badawcze mają postać pytań badawczych**, co w warstwie semantycznej utrudnia ich weryfikację, ponieważ trudno jest odrzucić/zaakceptować prawdziwość pytania.

#### 4.1.2. Układ pracy

Moim zdaniem, można dostrzec zaburzoną proporcję pomiędzy udziałem części teoretycznej i części empirycznej rozprawy. Nie wszystkie zagadnienia związane z zarządzaniem ryzyka modelu, które zostały obszernie zaprezentowane w pierwszych 4 rozdziałach pracy stanowią wprowadzenie do zasadniczych badań empirycznych.

Co prawda, kompleksowość rozważań w części teoretycznej umacnia recenzenta w opinii, że Doktorant „wie o czym pisze”, ale w efekcie końcowym daje wrażenie **przekazywania wielu treści o charakterze podręcznikowym**, niejednokrotnie ze zbyt obszernym rysem historycznym.

Ryzyko modelu wyceny opcji wieloczynnikowych jest zasadniczym tematem pracy. **Układ pracy nie jest jednak jemu ściśle podporządkowany**. Rozdział 2 przedstawiający modele wyceny opcji (w tym opcji wieloczynnikowych) mógł zostać osadzony w kontekście ryzyka modelu, a nie wyodrębniony osobno. Podział treści związanych z ryzykiem modelu wyceny opcji na rozdziały 3 i 4 jest nazbyt arbitralny i wynika najprawdopodobniej z chęci nieprzekroczenia zbyt dużej liczby stron w rozdziale. Rozdział 4 jest po prostu kontynuacją rozważań z rozdziału 3.

W rozdziałach wprowadzających Doktorant przedstawia bardzo dużą paletę narzędzi estymacji poszczególnych parametrów kontraktu opcyjnego. Przeprowadzając badania nad poszczególnymi rodzajami opcji wieloczynnikowych Doktorant analizuje również wpływ

pozostałych parametrów kontraktu opcyjnego przedstawiając wyniki cząstkowe w empirycznej części pracy i w obszernych załącznikach. Zdaję sobie sprawę, że na pewnym etapie pisania rozprawy podjęto decyzję, że to właśnie etap kalibracji modelu, a konkretnie kalibracji względem parametrów zależności został nominalnie głównym tematem pracy badawczej, jednakże, **pominięte w podsumowaniu pracy lub przeniesione do załączników wnioski na temat wpływu pozostałych parametrów kontraktu na ich wycenę niepotrzebnie pomniejszają rangę osiągnięć Doktoranta.**

## **4.2. Uwagi do treści merytorycznej rozprawy**

### **4.2.1. Klasyfikacja opcji wieloczynnikowych**

Przedstawienie własnej klasyfikacji i uporządkowanie nazewnictwa w rozdziale pierwszym rozprawy jest wartościowym i ważnym wkładem Doktoranta w rozwój dyscypliny. W przypadku opcji *beach* zaproponowana przez Doktoranta polska nazwa, tj. „opcje związane z rynkiem papierów wartościowych” jest zbyt ogólna i przez to mało precyzyjna. Inne opcje wieloczynnikowe z tej rodziny (*flexo*, *quanto*) również są związane z rynkiem papierów wartościowych (a konkretnie rynkiem akcji). Doprecyzowanie nazw dla tych trzech opcji na pewno udoskonali przedstawioną w pracy klasyfikację.

### **4.2.2. Nieadekwatność nazwy podpunktów i brak zdefiniowanych pojęć**

W swojej klasycznej postaci model BSM nie służy do wyceny opcji wieloczynnikowych. W podpunkcie 2.3. rozprawy Doktorant prezentuje schemat obliczeniowy, który pozwala na modyfikację modelu BSM do wyceny opcji wieloczynnikowych. W dalszej części pracy grupę modeli opracowaną przez innych autorów, które wykorzystują zmodyfikowany schemat nazywa grupą wywodzącą się ze „środowiska” BSM. Nazwa podpunktu: „Model Blacka-Scholesa-Mertona do wyceny opcji wieloczynnikowych” jest moim zdaniem myląca.

W wielu miejscach rozprawy Doktorant powołuje wielokrotnie się na „system” wyceny opcji i jego reprezentację, którą stanowi model wyceny. Doktorant nie podjął jednak próby definicji jego rozumienia pojęcia systemu wyceny.



#### **4.2.3. Budowa hipotez**

W rozdziale pierwszym Doktorant podaje klasyfikację opcji ze względu na kryterium korelacji. Podczas umówienia opcji drugiego rzędu korelacji (s. 13 – 14) Autor wskazuje, że „wartość współczynnika korelacji niemal nie modyfikuje wypłaty z opcji wieloczynnikowej (...) pojawia się dodatkowy instrument bazowy, czyli kurs walutowy, niemniej o wypłacie nadal decyduje wartość głównego instrumentu bazowego”. Wniosek taki można wyciągnąć wyłącznie na podstawie analizy modelu wyceny, co w konsekwencji prowadzi do spostrzeżenia, że wybór sposobu pomiaru korelacji nie będzie miał większego wpływu na wartość opcji. Szeroko zakrojone badanie nad opcjami drugiego rzędu korelacji jedynie potwierdza wniosek zawarty w części teoretycznej pracy.

#### **4.2.4. Weryfikacja hipotez**

Rynek handlu opcjami wieloczynnikowymi nie jest jeszcze wysoce rozwinięty i szacowanie implikowanego współczynnika korelacji ostatecznie nie dało wiarygodnych rezultatów. Wniosek o braku wiarygodności tej metody szacowania współczynnika korelacji opiera się na podstawie analizy danych dotyczących jedynie dwóch instrumentów finansowych i trudno jest go rozciągnąć na wszystkie pozostałe instrumenty. Ponadto, analiza danych rynkowych jest źródłem informacji na temat oczekiwań inwestorów co do wielu czynników ryzyka, zarówno tych ujętych jak i nieujętych w modelu i wnioskowanie na podstawie danych rynkowych wyłącznie o miarach implikowanej zależności może być obarczone błędem. W tym sensie stosowanie zamiennie pojęć (szczególnie w rozdziale 6) miary korelacji implikowanej i miary korelacji rzeczywistej może nie być uprawomocnione.

#### **4.2.5. Wnioski z badań**

W swoich rozważaniach nad tworzeniem modelu wyceny Autor powinien sformułować wnioski dla podetapu walidacji modelu finansowego, który następuje po jego kalibracji. Podetap walidacji pozostaje w relacji sprzężenia zwrotnego z etapem kalibracji, co nie zostało moim zdaniem dostatecznie podkreślone zarówno w części empirycznej jak i teoretycznej pracy. Moim zdaniem, przydałby się krótki opis algorytmu postępowania na etapie procesu walidacji modelu, szczególnie w kontekście możliwości doboru miar zależności.

## 5. Uwagi językowe i redakcyjne

Praca została napisana poprawnie językowo, w sposób przejrzysty, bez stosowania nadmiernych skrótów. Poziom trudności prezentowanych treści wymaga jednak od czytelnika podstawowego przygotowania z zakresu ekonomii, finansów, statystyki i ekonometrii.

W rozprawie wykorzystano wiele symboli i oznaczeń, które można zestawić w osobnej tabeli, pozwoliłoby to na wyeliminowanie sporadycznych błędów wynikających ze stosowania zdublowanych nazw jednego parametru, lub skrywania dwóch parametrów pod jedną nazwą.

Po niewielu korektach jej układu (np. redukcja pokaźnej liczby załączników) oraz dzięki dodatkowym pracom edytorskim dysertacja mogłaby stanowić wartościową publikację książkową.

## 6. Konkluzja

Jak już wspomniałem wcześniej, rozprawa doktorska Pana Magistra Marka Czuby jest kompleksowym, wartościowym i w wielu miejscach nowatorskim osiągnięciem badawczym. Ze względu na zakres oraz jakość przeprowadzonych badań uważam, że jej wkład w naukę o finansach jest bardzo duży. Uwagi krytyczne, które zawarłem w recenzji nie mogą zaważyć na **jednoznacznie pozytywnej ocenie przedłożonej do recenzji rozprawy.**

Po rozważeniu wszystkich argumentów uważam, że praca spełnia wszelkie wymogi stawiane pracom doktorskim i powinna zostać dopuszczona do kolejnego etapu przewodu doktorskiego.

Tomasz Stouček